

基于镜像法的变压器空心管型绕组损耗计算

黄德明, 陈为

福州大学电气工程与自动化学院, 福州 350108

摘要: 随着变压器工作频率的提高, 集肤效应和邻近效应引起的绕组涡流损耗也随之提高。将空心管型绕组应用于中频变压器, 不但可以提高绕组材料利用率, 同时能改善变压器的散热效率。通常计算绕组损耗的模型有Dowell模型和Bessel函数, 但由于空心管型绕组形状特殊, 无法用上述模型计算。为了解决这一问题, 本文提出了一种基于无穷级数的空心管型绕组涡流损耗计算方法, 通过镜像法移除变压器磁心对绕组磁场分布的影响, 得到空心管型绕组变压器绕组涡流损耗的计算方法。通过理论分析计算和有限元模型的仿真比较, 验证理论分析的可行性。

关键词: 空心管型绕组, 绕组损耗, 镜像法, 变压器

Calculation of Transformer Hollow Tube Winding Loss Based on Image Method

Abstract: With the increase of working frequency of transformer, the eddy current loss caused by skin effect and proximity effect also increases. The application of hollow tube winding in IF transformer can not only improve the utilization of winding material, but also improve the heat dissipation efficiency of transformer. Usually, Dowell model and Bessel function are used to calculate the winding loss, but because of the special shape of hollow tube winding, the above model can not be used to calculate the winding loss. In order to solve this problem, this paper presents a method of calculating the eddy current loss of the hollow tube winding based on infinite series. By removing the influence of the transformer core on the distribution of the winding magnetic field, the method of calculating the eddy current loss of the hollow tube winding transformer is obtained. The feasibility of the theoretical analysis is verified by comparing the theoretical analysis with the simulation of the finite element model.

Keywords: Hollow tube winding, winding loss, image method, transformer

1 引言

有别于传统变压器, 电力电子变压器的工作频率高, 体积小, 重量轻。但是随着工作频率提高, 电流集肤深度变小, 绕组材料利用率降低^[1]。空心管型绕组的应用, 不但能提高变压器在高频下的绕组材料利用率还能改善变压器散热性能, 对于大功率变压器自然冷却不能满足其散热要求, 通常采用液冷或强制风冷的散热方式^[2]。

对变压器绕组涡流损耗计算主要有两种方法: 解析法和数值法。解析法通过建立变压器简化模型, 得到涡流损耗的解析计算公式, 该方法虽然复杂但具有通用性。数值

法通过建立变压器有限元模型, 对网格剖分计算后得到涡流损耗值。该方法操作简单, 但可移植性较差, 对于复杂模型需要消耗较多时间和计算资源。

本文结合^[3]提出的一种对空心管型绕组变压器涡流损耗的计算方法。首先介绍一种基于无穷级数的空心管型绕组电流密度分布的解析式, 其次提出一种通过镜像法的使用将变压器磁心移除的方法, 结合两种方法得到空心管型绕组变压器涡流损耗计算方法。

2 空心绕组涡流损耗模型建模

首先建立两个空心管型导体物理模型。当空心管型导

体相距较远时, 可将除分析对象外的其他导体均等效为实心导体丝, 其电流集中在导体中心^[3]。如图 1 所示。

空心管型导体壁厚为 $t(t < a)$, 外半径为 a , 两导体的圆心距为 D 。绕组涡流损耗可分为集肤效应损耗和邻近效应损耗, 由于两部分损耗空间上分布具有正交性, 因而可叠加。空心管型导体电流密度分布 $J(\theta, r)$ 可表示为:

$$J(\theta, r) = J_{skin}(r) + J_{prox}(\theta) \quad (2-1)$$

$J_{skin}(r)$ 表示集肤效应电流密度, 是关于半径 r 的函数, $J_{prox}(\theta)$ 表示邻近效应电流密度, 是关于极角的函数。由于导体壁厚较小, 可忽略电流密度在半径方向上的分布, 而认为电流密度是沿极角 θ 分布的, 可用 (2-2) 简化替代。

$$J(\theta) = J_{skin}(\theta) + J_{prox}(\theta) \quad (2-2)$$

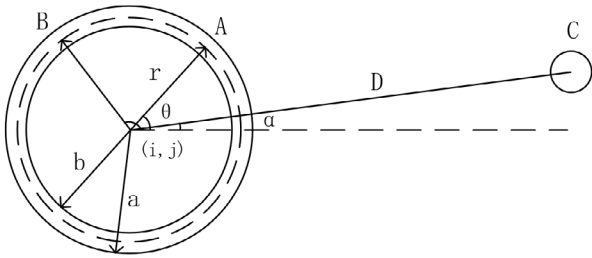


图 1 空心管型导体和等效实心导体丝截面图

2.1 集肤效应电流密度分布

由于该模型满足 $t \leq a$, 在满足集肤深度 $\delta > t$ 条件下, 可认为电流密度沿半径 r 方向均匀分布, 因而集肤效应电流密度表达式为:

$$J_{skin}(\theta) = \frac{I}{2\pi r t} = const \quad (2-3)$$

2.2 邻近效应电流密度分布

根据文献 [3], 邻近效应电流密度 $J_{prox}(\theta)$ 在任意极角下的电流密度可表示为:

$$J_{prox}(\theta) = \frac{j\omega\mu\sigma}{4\pi} \left[\int_0^{2\pi} J(\theta') \ln(\overline{AB}^2) a t d\theta' + I \ln(\overline{AC}^2) \right] \quad (2-4)$$

$$\overline{AB}^2 = 4r^2 \sin^2\left(\frac{\theta - \theta'}{2}\right) \quad (2-5)$$

$$\overline{AC}^2 = a^2 + D^2 - 2aD \cos(\theta - \alpha) \quad (2-6)$$

令 $\lambda^2 = \pi f \mu \sigma a t$, 将电流密度视为无穷级数, 表示为:

$$J_{prox}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\theta) \quad (2-7)$$

联立公式 (2-4)(2-5)(2-6)(2-7), 化简计算可得 C_n :

$$C_n = \frac{-\frac{jI\lambda^2}{\pi a t} \left(\frac{a}{D}\right)^n}{n + j\lambda^2} \quad (2-8)$$

到此得到邻近效应电流密度分布解析式为:

$$J_{prox}(\theta) = -\frac{jI\lambda^2}{\pi a t} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{D}\right)^n \frac{\cos(n\theta - \alpha)}{n + j\lambda^2} \quad (2-9)$$

根据上述分析, 在等效实心导体丝的作用下, 空心管型导体涡流电流密度分布模型解析式建模完成, 表示为:

$$J(\theta) = \frac{I}{2\pi r t} - \frac{jI\lambda^2}{\pi a t} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{D}\right)^n \frac{\cos(n\theta - \alpha)}{n + j\lambda^2} \quad (2-10)$$

2.3 空心管型导体对空心管型导体涡流损耗建模

对于双空心管型导体, 其模型如下图 2。文献 [3] 将其等效为集中在几何中心的实心圆导体, 显然当导体半径较大时, 该等效不合理。

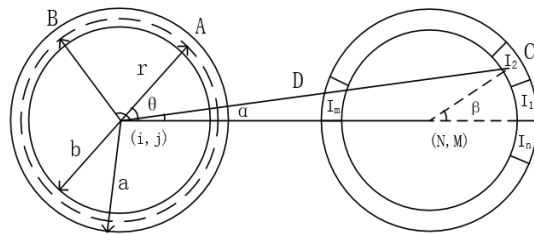


图 2 双空心管型导体截面图

本文将空心管型导体分割为 n 段等面积导体, 将每段小导体等效为实心圆导体, 上述模型的解析式便可满足使用条件。此时公式 (2-10) 转变为 (2-11)。

$$J(\theta) = \frac{I}{2\pi r t} - \sum_{i=1}^n I_n \frac{j\lambda^2}{\pi a t} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{a}{D}\right)^m \frac{\cos(m(\theta - \alpha))}{m + j\lambda^2} \quad (2-11)$$

2.4 多层多匝空心管型导体涡流损耗建模

变压器绕组结构为多层多匝^[4], 如图 3 所示, 假设变压器绕组由 $N \times M$ 个导体构成, 即 N 层导体, 每层导体 M 匝线圈。

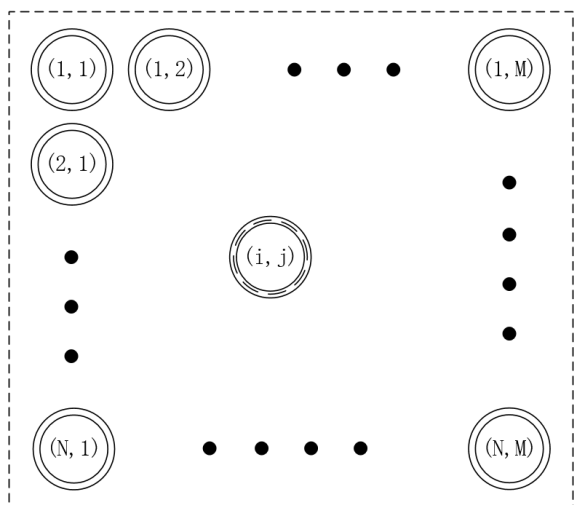


图3 多层多匝导体结构图

设导体匝间距离为 l_x ，层间距离为 l_y 。根据几何结构，容易得到 D 的表达式：

$$D = \sqrt{[(M-j)l_x + r \cos(\beta)]^2 + [(i-N)l_y + r \sin(\beta)]^2} \quad (2-12)$$

对于集肤效应，只受导体自身影响，邻近效应则受到空间中除自身外任意导体的影响。根据叠加原理，对任意空心管型导体，其邻近效应电流密度分布等于 $(N \times M - 1)$ 个导体分别对其作用的叠加。对于 $N \times M$ 排列到导体，第 (i, j) 导体的电流密度分布解析式为：

$$J_{(i,j)} = \frac{I}{2\pi a t} - \sum_{n(N-j)} \sum_{m(N-j)} \sum_{p(N-j)} I_n \frac{j\lambda^2}{\pi a t} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{D}\right)^n \frac{\cos(n(\theta - \alpha))}{n + j\lambda^2} \quad (2-13)$$

每个空心管型导体涡流损耗由 (2-14) 计算得到，由叠加定理， $N \times M$ 个导体总损耗可通过对每个导体损耗求和得到，由 (2-15) 计算。

$$P_{(i,j)} = \int_0^{2\pi} \frac{|J_{(i,j)}(\theta)|^2}{2\sigma} r t d\theta \quad (2-14)$$

$$P_{total} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M P_{(i,j)} \quad (2-15)$$

3 2D 有限元仿真验证

用有限元仿真软件分析电磁场问题是目前业界常用的有效方法之一，且具有较高的精度。本文利用 ANSYS Maxwell 仿真软件对所提算法进行仿真验证。建立如图 4

的仿真模型，对上文所提多层多匝空心管型导体涡流损耗解析式进行验证。

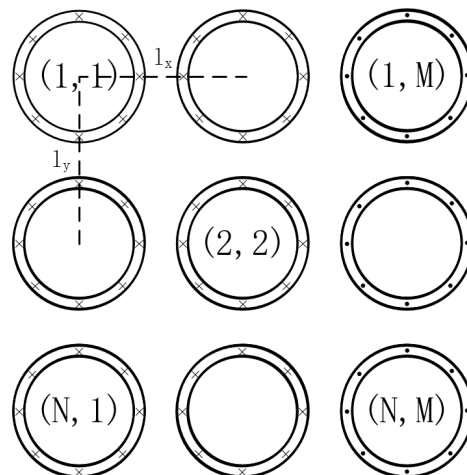


图4 有限元仿真的空心绕组分布截面图

为了验证模型的精度，采用外径 8mm 的空心铜管，壁厚为 0.2mm，原副边匝数比为 $N_p/N_s = 6/3$ ，不妨将原副边导体的激励分别设置为 2A、4A。“x”表示电流垂直纸面向里，“.”表示电流垂直纸面向外。

根据上述参数建立模型，在 ANSYS Maxwell 软件的 2D 场中进行建模仿真。在频率为 50kHz 下，空心管型导体 (2,2) 沿极角 θ 分布的电流密度 J_{sim} 。根据上文空心管型导体涡流计算解析式，在 MathCAD 编程计算得到理论计算的电流密度分布 J_{cal} 。仿真数据和理论计算数据对比如图 5 所示。

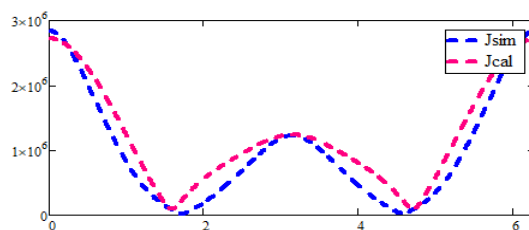


图5 导体(2,2)电流密度分布对比图

根据绕组结构可知，在绕组层间磁场强度较大，原副边之间磁场强度变化最大。根据电磁场理论可知磁场强度大则电流密度大。以导体 (2,2) 为例，在极角为 0° 处，磁场强度最大，电流密度最大，该模型所得电流密度分布趋势满足电磁场理论。

虽然仿真电流密度分布与计算电流密度分布在某些地方大小不等,但在电流集中区域,两者电流密度大小基本一致,因此涡流损耗计算尚且能满足要求。

图 6 给出该模型在 500hz 到 100khz 频率下有限元仿真涡流损耗和计算涡流损耗对比。

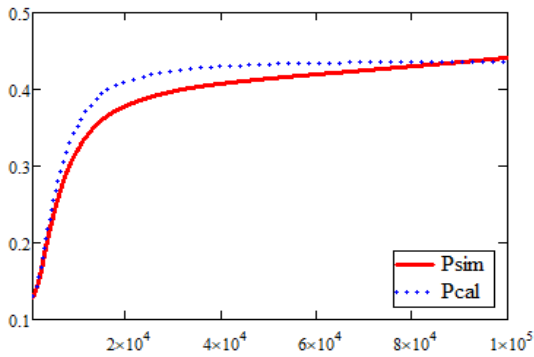


图 6 涡流损耗对比图

图 7 给出两者相对误差。对于 0.2mm 壁厚的空心铜管,该模型计算误差能保持在 10% 以下,对实际工程应用有一定参考价值。

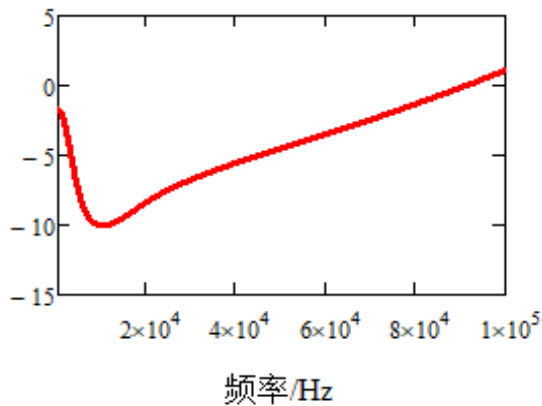


图 7 涡流损耗相对误差

4 镜像法应用

对于理想变压器,一次绕组电流产生的磁势与二次绕组电流产生的磁势相平衡。根据安培环路定律,绕组窗口的磁场与每层绕组近似平行^[5]。在变压器磁心窗口内,由于磁心材料磁导率远大于真空,因而空心绕组变压器绕组窗口内

磁场分布与真空中有所不同,而上文所提出模型是建立在真空环境中的,因此需要对模型进行适当处理。根据电磁场“唯一性”定理,可以应用磁场镜像法,即在适当的镜像位置应用镜像电流来代替核心边界^[6]。为解决变压器磁心对磁场分布的影响,本文采用镜像法方式移除变压器磁心窗口。

由于铁氧体磁心的磁导率足够高,根据磁场边界条件可知,磁场是垂直于磁心表面,也就是说,磁心的边界是磁场的奇对称线。对于矩形边界,理论上需要无限次的镜像处理才能保证四个边界的奇对称。仿真中发现,随着镜像次数增加,绕组数目以倍数增长,虽然所得磁场更接近真实情况,但仿真消耗的时间和内存占用也成倍增长。根据仿真结果可以发现,3.5 次镜像处理,得到的磁场分布与原磁场分布基本一致。图 8 给出镜像后绕组磁场分布及电流密度分布仿真图,图 9 给出磁心窗口内的磁场和电流密度分布。

根据图 8,9 可知,镜像法处理后,导体周围磁场分布与原磁场基本相同。在权衡仿真时间和仿真精度后,本文采用 3.5 次镜像处理来移除磁心窗口对磁场分布的影响。

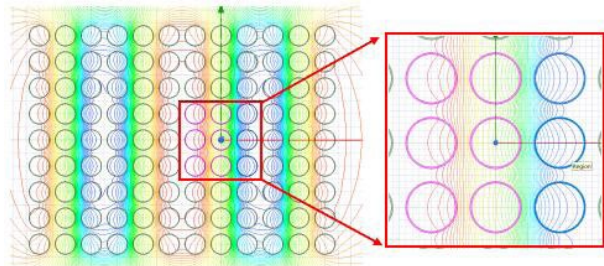


图 8 镜像法下绕组分布及磁场、电流密度分布

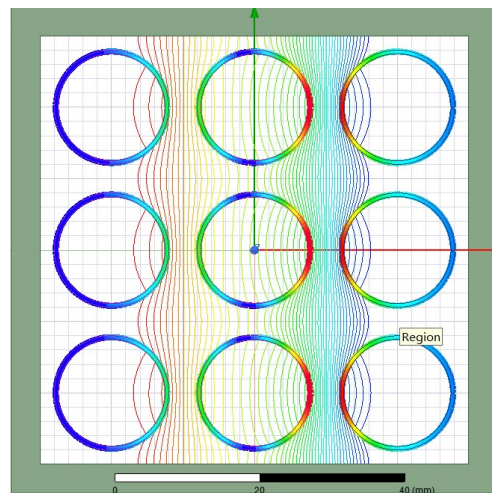


图 9 磁心窗口内的磁场和电流密度分布

5 空心管型绕组变压器涡流损耗仿真验证

使用镜像法处理后,空间中只存在空心管型导体,满足上述模型应用条件。从图 8 可知,经过 3.5 次镜像法处理后,每层导体匝数由 N 变为 3N,导体层数由 M 变为 4M,参与计算的导体数量扩大至 12 倍。因而公式 (2-13) 相应转变为 (5-1)。

$$J_{(i,j)} = \frac{I}{2\pi at} - \sum_{n=(n-j)}^{3M} \sum_{m=(m-j)}^{4M} \sum_{l=1}^n I_n \frac{j\lambda^2}{\pi at} \sum_{r=1}^n \left(\frac{a}{D}\right)^r \frac{\cos(n(\theta - \alpha))}{n + j\lambda^2} \quad (5-1)$$

$$P_{total} = \sum_{N+1}^{2N} \sum_{2M+1}^{3M} P_{(i,j)} \quad (5-2)$$

为了验证所推导的公式,利用有限元仿真软件和解析式 (5-1)(5-2) 分别获得涡流损耗数据,再对比分析。

由于镜像法使用使得参与仿真计算的导体数量大大增加,本文仍以上述 3×3 导体模型进行仿真验证。取外半径 a=8mm,壁厚 t=0.1mm,得到变压器涡流损耗如图 10 所示。

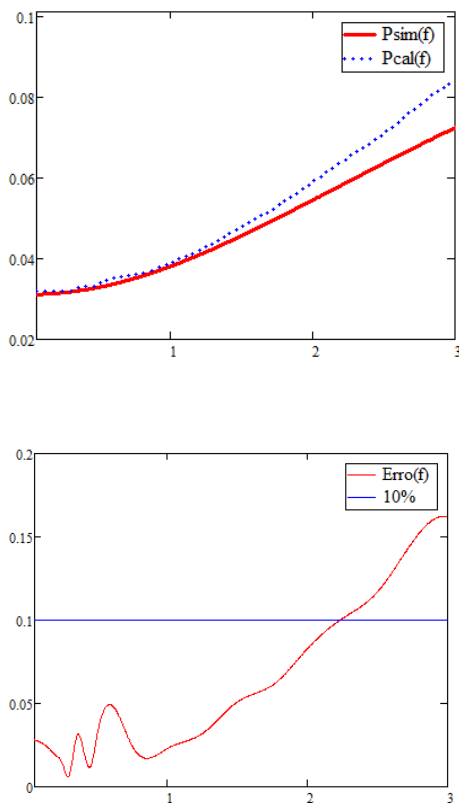


图 10 变压器涡流损耗仿真和理论计算对比图

由图可知,仿真结果和理论计算结果在一定频率范围内近似相等,其相对误差可从右图观察,2kHz 频率下,误差小于 10%。随着频率增高,涡流效应使得磁场分布不均,电流密度分布不均,涡流损耗随之增加。其次电流密度分布随频率增加越集中在极角 $\theta=0^\circ$ 位置,电流密度分布不均匀愈加明显,而对于双空心导体,本文沿极角方向将其分割成多个电流相等的小圆导体,这种处理方式使得随频率增大,相对误差随之增大。

6 总结

本文首先介绍了一种基于无穷级数的空心管型导体涡流损耗计算方式,并对其修改使之更好的适用于多层多匝导体涡流损耗计算,推导出理论计算公式,并通过 Maxwell 仿真软件仿真验证公式有效性。该理论公式是建立在真空条件下,而变压器有磁心环绕,磁心磁导率高使得磁场分布有别真空状态。本文通过引入镜像法,仿真验证了使用 3.5 次镜像能在近似不改变原磁场分布条件下移除变压器磁心。最后得出结论,在一定频率范围内,本文所推导的理论计算公式对空心管型导体变压器涡流损耗计算具有更高精度。且为空心管型导体变压器绕组涡流损耗提供一种计算思路,为其优化设计,散热设计提供科学指导。

参考文献

- [1] 律方成,郭云翔,王彦旭,于德,李鹏. 大功率中频变压器空心绕组交流电阻的计算方法 [J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(23):6552-6559+6623.
- [2] 黄晓生,陈为. 线圈高频损耗解析算法改进及在无线电能传输磁系统设计的应用 [J]. 电工技术学报, 2015, 30(08):62-70.
- [3] Filipović Dragan, Dlabac Tatijana. A closed form solution for the proximity effect in a thin tubular conductor influenced by a parallel filament [J]., 2010. DOI:10.2298/SJEE1001013F.
- [4] Pantic Z, Lukic S. Computationally-Efficient, Generalized Expressions for the Proximity-Effect in Multi-Layer, Multi-Turn Tubular Coils for Wireless Power Transfer Systems [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2013, 49(11):5404-5416.