

高频平面变压器绕组损耗新型计算方法

王晓慧, 王莉, 毛玲, 张瑶佳

南京航空航天大学, 南京 210016

摘要: 本文对高频平面绕组损耗的产生机理及电磁场分布进行理论分析, 基于Maxwell电磁场微分方程, 推导计算平面绕组损耗一维模型, 并分析一维模型计算精度低的主要原因。在传统一维模型基础上考虑矩形导体边缘效应, 通过对导体二维磁场正交分解的方法, 建立基于二维模型的平面绕组损耗的理论计算公式。根据导体内部电磁场分布, 利用二维模型的边界值修正模型得到矩形导体高频损耗的二维数学模型。采用有限元仿真验证二维模型计算结果的准确性及精度, 为高频平面变压器设计以及绕组损耗分析提供一种有效的计算方法。

关键词: 高频, 平面磁性元件, 绕组损耗, 二维, 有限元

Improved Analytical Calculation of Winding Loss in High Frequency Planar Transformer

WNAG Xiaohui, WANG Li, MAO Ling, ZHANG Yaojia

Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016

Abstract: Based on the mechanism and electromagnetic theory of high frequency AC winding losses, this paper analyzes the eddy effects in planar magnetic component, and proposes two-dimensional model based on the traditional one-dimensional model, which takes the edge effect into consideration. The model is further improved by determining the two-dimensional boundary values using a modified approach. The Finite Element Analysis (FEA) suggest the proposed model a more effective and efficiency way to calculate the windings losses in planar magnetic component, which provide an effective calculation method for the optimization design and winding loss analysis of high frequency planar magnetic component in high frequency conditions.

Keywords: High Frequency, Planar Magnetic Component, Winding Loss, Two-dimensional, FEA

1 引言

当今开关电源“短、小、轻、薄”的发展趋势, 要求磁性元件具有呈高度扁平状的结构, 平面变压器在国内外DCDC模块电源中得到了广泛的应用^[1]。为了减小开关电源中磁性元件的体积, 需要不断地提高开关电源的工作频率, 但是随着开关频率的提高, 集肤效应和邻近效应引起的磁性元件绕组损耗明显增加。在平面磁性元件的设计过程中, 为了快速得到平面磁性元件结构的最优设计, 必须建立起完善的绕组损耗计算模型。

国内外针对高频绕组损耗进行的不少相关方面的研究, 文献[2]最早提出了计算绕组损耗的一维模型, 文献[3]

[4]提出了一维条件下, 高频绕组集肤效应与邻近效应的正交性, 文献[5]分析了集肤效应和邻近效应各自随工作频率、绕组厚度和绕组排布方式的不同对磁性元件绕组损耗的影响。但是这些研究主要针对于一维模型进行分析, 忽略导体厚度, 认为导体内部磁场强度仅是一维位置向量, 忽略了磁场强度的另一纵轴分量, 与实际的绕组损耗模型存在较大的差距。文献[6]提出了高频平面变压器绕组具有边缘效应的影响, 通过有限元仿真给出磁性元件中绕组最佳位置及绕组间最佳距离。但是并没有给出具体的理论依据和计算方法。

本文针对平面磁性元件的矩形截面绕组, 推导传统一

维模型，并利用有限元仿真数据，分析传统一维模型计算精度低的主要原因。文章基于 Maxwell 电磁场微分方程，建立高频矩形截面导体交流损耗理论计算的二维模型，考虑了长导体边缘效应的影响及绕组排布方式对磁场分布影响，建立起修正的绕组损耗理论计算模型，最后通过有限元仿真数据验证二维模型计算方法的准确性和高精度。

2 平面矩形绕组损耗一维模型

2.1 一维模型公式推导及验证

经典计算变压器绕组损耗的方法为一维模型，其中一维模型的假设条件为：磁场强度方向与等效导体长边方向平行且均匀分布。如图 1 所示，假设矩形导体载有均匀电流，微量 δx_1 在 A 点产生的磁场强度为 δH_1 ，在整个导体上微量积分以后，导体外围实际感应磁场强度分布如图所示。

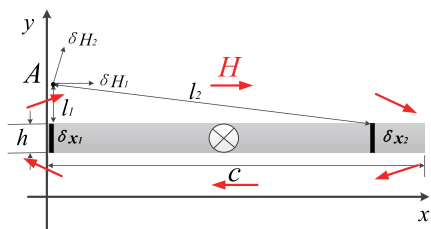


图 1 载流导体实际磁场模型

导体周围及内部实际的磁场强度分布复杂，为了计算过程的简便，常采用一维计算方法，如图 2 所示，当导体长度远远大于导体宽度时，可以假设导体上下表面磁场强度平行于导体上表面，且处处相等，那么此时导体中的磁场只有横向（x 轴）分量，且磁场大小仅为 y 的函数。

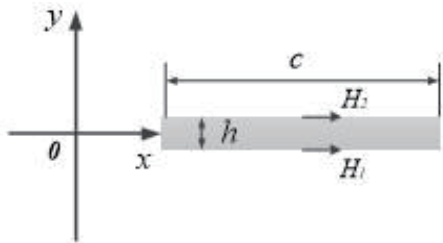


图 2 敷铜导体一维模型磁场分布

下面针对一维计算模型，采用 Maxwell 电磁场方程求解变压器绕组损耗模型。建立导体平面直角坐标系，设导

体长度为 c ，厚度为 h ，假设 $c \gg h$ ，导体通入峰值为 I 的高频正弦电流，导体上下表面磁场强度分别为 H_2 、 H_1 ，根据 Maxwell 微分方程可得：

$$\nabla^2 H = j2\pi f \sigma \mu H = \alpha^2 H \quad (1)$$

式中 H 为导体磁场密度，单位 A/m； σ 为介质电导率，单位为 S/m； μ 为介质的磁导率，单位为 H/m。其中：

$$\alpha = (1 + j)/\delta \quad (2)$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (3)$$

δ 为导体在开关频率为 f 时的集肤深度，将边界条件 H_1 、 H_2 带入微分方程中，得到矩形导体内部一维磁场强度分布函数表达式为：

$$H(y) = \frac{H_2 e^{\frac{\alpha h}{2}} - H_1 e^{-\frac{\alpha h}{2}}}{2 \sinh(\alpha h)} e^{\alpha y} + \frac{H_1 e^{\frac{\alpha h}{2}} - H_2 e^{-\frac{\alpha h}{2}}}{2 \sinh(\alpha h)} e^{-\alpha y} \quad (4)$$

由电磁场方程 $J(y) = -dH(y)/dy$ ，求得矩形截面导体电流密度的分布函数为：

$$J(y) = -\frac{\alpha(H_2 - H_1) \cdot \cosh(\alpha y)}{2 \sinh(\alpha h/2)} - \frac{\alpha(H_2 + H_1) \cdot \sinh(\alpha y)}{2 \cosh(\alpha h/2)} \quad (5)$$

从而求得单位长度矩形导体交流损耗值：

$$P = \frac{c}{2\sigma} \int_{-h/2}^{h/2} |J(y)|^2 dy \quad (6)$$

根据一维计算方法可得出矩形导体欧姆损耗 P 关于导体上下表面磁场强度 H_1 、 H_2 的表达式。为计算绕组铜损，只需要具体平面变压器绕组分布方式，根据安培环路定律求得导体上下表面磁场强度，即可得到绕组损耗值。

2.2 一维计算模型存在的问题

基于以上一维计算模型，对单根扁平矩形导体进行高频损耗分析。对于单根矩形导体，根据磁场的对称性可知导体上下表面边界磁场强度大小相等、方向相反，设场强的幅值均表示为 H_1 ，单位长度矩形导体绕组的损耗计算公式可以简化为：

$$R_{loss_1D} = \frac{c}{\sigma \delta} H_1^2 \frac{\sinh(h/\delta) + \sin(h/\delta)}{\cosh(h/\delta) - \cos(h/\delta)} \quad (7)$$

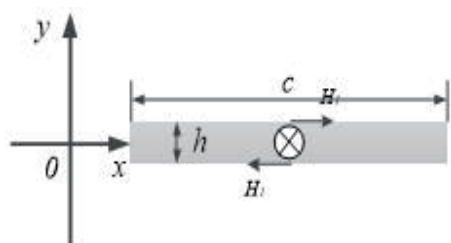


图3 单根矩形导体一维模型磁场模型

对于矩形导体一维模型而言，磁场强度的边界条件 H_1 可根据安培环路定律求得：

$$H_1 = \frac{I}{2c} \quad (8)$$

此时矩形导体单位长度的损耗计算公式可简化为：

$$P_{loss_1D} = \frac{I^2}{4\sigma\delta c} \frac{\sinh(h/\delta) + \sin(h/\delta)}{\cosh(h/\delta) - \cos(h/\delta)} \quad (9)$$

对于以上推导出的一维模型计算公式，下面将通过 FEA 仿真验证该一维模型的计算精度。选择扁平矩形导体宽度为 $h=0.14\text{mm}$ ，长 $c=5.6\text{mm}$ ，通入幅值为 $I=10\text{A}$ 的正弦电流，进行涡流场有限元仿真分析，导体高频损耗以交流电阻的形式表示，相应有：

$$R_{ac} = \frac{2P_{loss_1D}}{I^2} = \frac{1}{2\sigma\delta c} \frac{\sinh(h/\delta) + \sin(h/\delta)}{\cosh(h/\delta) - \cos(h/\delta)} \quad (10)$$

图4给出电流频率从200kHz到2MHz范围内，有限元仿真结果与一维模型计算结果的对比分析。

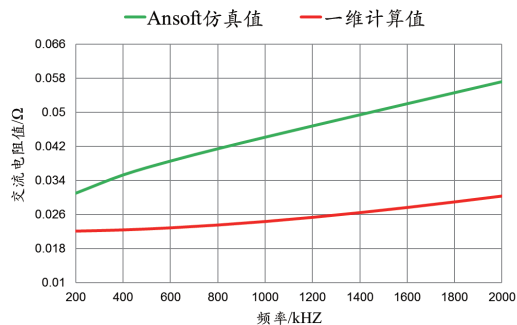


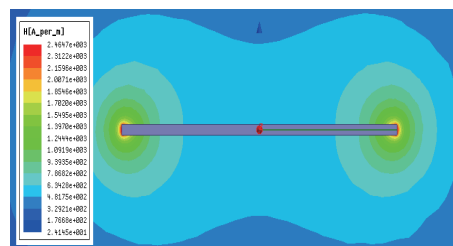
图4 一维计算模型与 FEA 仿真结果对比

由图4可知，一维计算模型在高频区域求解时存在较大的计算误差，不能够准确地计算出矩形导体的实际高频

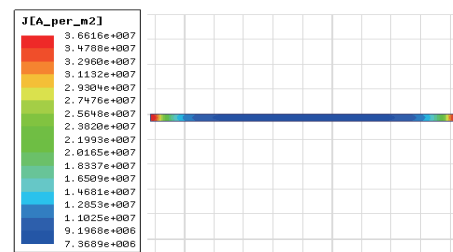
损耗。

2.3 高频平面绕组边缘效应仿真分析

一维模型是在导体实际磁场分布上做出了简化计算，设置单根载流矩形截面导体，通入高频交流电流源大小为5A，工作频率为300kHz。



(a) 磁场分布



(b) 电流密度分布

图5 单根载流矩形导体电磁场仿真分析

根据图5所示有限元仿真云图可知，对于单根矩形截面导体而言，实际的绕组磁场分布并不满足理想的一维模型，存在较大的边缘效应。对于上文中矩形截面导体的损耗分析中，绕组宽度 c 远远大于厚度 h ，导体中的磁场只有横向分量。但是该假设不符合实际情况的，即使满足条件 $c \gg h$ ，磁场分布与 x 轴无关的假设缺乏理论依据。

如图5所示仿真结果，即使在长宽比很大的情况下，磁场强度在 y 轴的分量仍然很大，尤其在导体两端边缘效应明显。一维模型计算出的等效交流电阻值与仿真结果比较相对误差较大，高频工作环境相对误差接近50%，因此为得到更精确的计算方法，必须建立高精度的绕组损耗计算模型。

3 平面矩形绕组损耗二维模型

3.1 二维模型计算公式推导

导体边缘效应可通过建立磁场求解的二维模型进行分析。但是，直接从二维波动方程^[8]推导求解导体内部磁场强度，计算繁琐，求解过程相对复杂。根据磁场的对称性，可建立矩形导体磁场的平面直角坐标系，将导体磁场强度 H 进行正交分解，分为 x 轴分量与 y 轴分量。由于矩形导体平行平面场的对称性，二维磁场的正交解耦具有可行性。

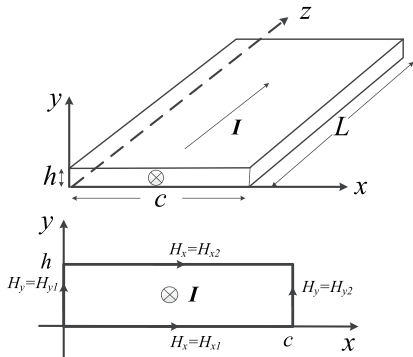


图6 矩形导体二维模型示意图

如图6所示，建立导体二维磁场直角坐标系，由于磁场分布具有平行平面对称性，因此在一定误差范围内不妨假设磁场强度 H 的 x 轴分量不随 x 的变化而变化， y 轴分量不随 y 的变化而变化，则 $H_x(x, y)$ 仅为 y 的函数， $H_y(x, y)$ 仅为 x 的函数^[9]。

将两个分量进行单独求解，二维电磁场波动方程可等效成两个独立的一维波动方程。此时，磁场强度 H 的每个分量仍然满足 Helmholtz 方程。

对于二阶微分方程，求解过程中仍需要两个边界条件，则二维模型共需要4个边界条件，在导体上下表面定义边界条件分别为 $H_x(x, 0)=H_{x1}$ 、 $H_x(x, h)=H_{x2}$ ，导体左右表面定义边界条件为 $H_y(0, y)=H_{y1}$ 、 $H_y(c, y)=H_{y2}$ 。可根据这四个边界条件分别求得导体内部 x 轴和 y 轴的磁场分布：

$$\nabla^2 H_x = \alpha^2 H_x, \nabla^2 H_y = \alpha^2 H_y \quad (11)$$

则导体内部磁场强度分布为：

$$H_x(y) = \frac{H_{x1} \sinh[\alpha(h-y)] + H_{x2} \sinh(\alpha y)}{\sinh(\alpha h)} \quad (12)$$

$$H_y(x) = \frac{H_{y1} \sinh[\alpha(c-x)] + H_{y2} \sinh(\alpha x)}{\sinh(\alpha c)} \quad (13)$$

由电磁场关系求得导体内部电流密度为：

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{H} = \left(\frac{\partial H_y}{\partial y} - \frac{\partial H_x}{\partial x} \right) \cdot \vec{e}_z \quad (14)$$

则二维损耗计算模型中导体单位长度损耗为：

$$P_{loss_2D} = \frac{1}{2\sigma} \int_0^c \int_0^h |J(x, y)|^2 dy dx \quad (15)$$

3.2 二维模型边界值计算及精度验证

由以上二维模型，在磁场简化假设模型中， H_{x1} 、 H_{x2} 、 H_{y1} 、 H_{y2} 为导体边界磁场强度，为求解导体交流损耗，首先需要确定边界磁场强度。

边界值的确定方法在涡流分析^[7]理论中最早提出两种假设条件：一是假设导体周围磁场均匀，即 $H_{x1}=-H_{x2}=H_{y1}=-H_{y2}$ ；二是假设导体周围电流密度分布均匀，即 $J_{x1}=J_{x2}=J_{y1}=J_{y2}$ 。因为本文是从电磁场分布推得电流密度，所以选择假设条件一进行求解，此时导体边界值为：

$$H_{x2} = -H_{x1} = H_{y1} = -H_{y2} = \frac{I}{2(h+c)} \quad (16)$$

此时计算得到单根矩形截面导体损耗密度为：

$$P_{loss_2D} = \frac{I^2 c}{4\sigma\delta(h+c)^2} \frac{\sinh(h/\delta) + \sin(h/\delta)}{\cosh(h/\delta) - \cos(h/\delta)} + \frac{I^2 h}{4\sigma\delta(h+c)^2} \frac{\sinh(c/\delta) + \sin(c/\delta)}{\cosh(c/\delta) - \cos(c/\delta)} \quad (17)$$

利用有限元仿真结果比较一维、二维模型计算得到单根导体交流电阻值如图7所示。

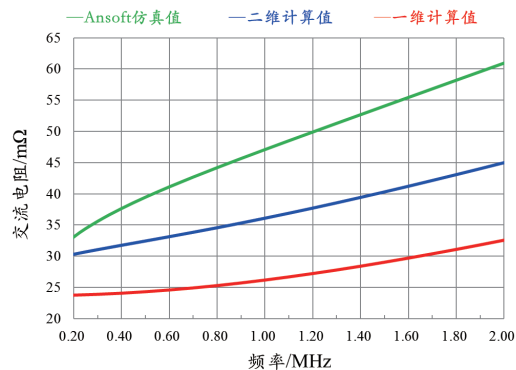


图7 计算模型对比分析

由图7可以看出，二维模型虽然较一维计算模型精度

有所提高,但是与仿真结果仍然存在一定的差距,相对误差必然很大。根据仿真云图可分析得到误差原因主要是由于短边边界值的不准确,因此为了进一步优化二维模型,提出短边边界磁场修正参数 λ ,相应的 H_{y1} 、 H_{y2} 设定为 H_x 的比例函数,即:

$$H_{y1} = -H_{y2} = \lambda H_x \quad (18)$$

其中修正系数 λ 通过大量的仿真数据对比可知,与导体长宽比、频率有关,以单根矩形截面导体为例,由有限元仿真数值得到导体边缘效应影响下 λ 的取值曲线如图8所示,其中导体长宽比为 k ,频率为 f ,从图8中可以看出,修正系数 λ 的取值随 k 、 f 变化而变化。

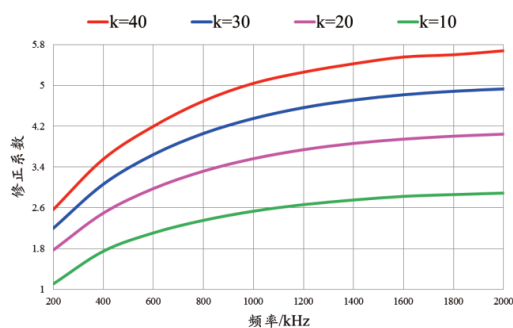
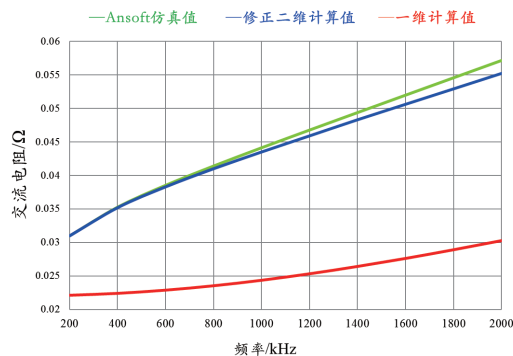


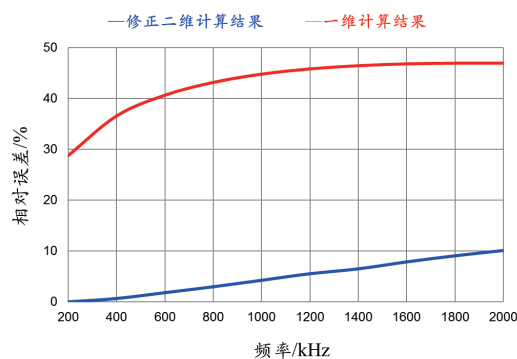
图8 修正系数与频率及长宽比的关系曲线

对于平面变压器不同的绕组排布方式可根据磁场的叠加性原理进行求解,从而求得总损耗 P_{loss_2D} ,将其等效为相应的交流电阻。

取 $k=40$ 为例,结合有限元仿真结果,对比一维模型和二维模型边界值修正后的计算精度。



(a) 交流电阻值比较分析



(b) 相对误差分析

图9 计算模型对比分析

总体结论如图所示,一维计算模型存在较大的相对误差,最高可达50%左右;二维模型经修正后可以将损耗计算误差控制在10%以内,明显提高了矩形导体交流损耗计算方法的精确度。

4 结论

本文从电磁场理论出发,推导分析高频平面矩形绕组损耗一维计算模型,结合仿真数据分析一维计算模型存在的问题。在一维模型的基础上提出绕组交流损耗计算的二维模型,并根据有限元仿真建立修正方案,对二维模型进行进一步的修正,得到的计算精度与仿真结果较为接近,相对误差可保持在10%以内。相比较传统的一维计算模型(40%左右相对误差)有了很大的提高。

该二维模型还可以用来直观地了解绕组截面处磁场分布及电流密度的变化,从而更好地理解矩形截面欧姆损耗的分布。该二维模型所提供的定量分析也适用于其他类型的绕组,因此可将该计算模型应用于计算平面磁性元件高频绕组欧姆损耗。

参考文献

- [1] Jong E C W D, Jong E C W D, Ferreira B J A, et al. Toward the Next Level of PCB Usage in Power Electronic

- Converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2008, 23(6):3151-3163.
- [2] Dowell, P. L, "Effects of eddy currents in transformer windings," Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, Vol.113, No.8, Aug, 1966, pp.1387-1394.
- [3] Ferreira, J. A, "Improved analytical modeling of conductive losses in magnetic components," IEEE Transactions on Power Electronics, vol9, no.1, 1994, pp.127-131.
- [4] 旷建军, 阮新波, 任小永. 集肤和邻近效应对平面磁性元件绕组损耗影响的分析 [J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(5):170-175.
- [5] Ferreira, J. A, "Appropriate modelling of conductive losses in the design of magnetic components," in Conf. Rec. 21st IEEE PESC, 1990, pp.780-785.
- [6] Dai, N., and F. C. Lee, "Edge effect analysis in a high-frequency transformer," in Conf. Rec. 25st IEEE PESC, 1994, pp.850 - 855.
- [7] Robert, F., P. Mathys, and J. P. Schawwers, "A closed-form formula for 2-D ohmic losses calculation in SMPS transformer foils," IEEE Transactions on Power Electronics, vol.16, no.3, 2001, pp.437-444.
- [8] Kazimierczuk, Marian, High-Frequency Magnetic Components, Second Edition. 2013.
- [9] Stoll, Richard L, The Analysis of Eddy Current. Clarendon Press, 1974.
- [10] 李建兵, 牛忠霞, 周东方, 等. 电流趋肤效应的二维数值分析 [J]. 微电子学与计算机, 2007, 24(1):9-14.

作者简介

王晓慧 (1993), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力电子与电力传动, wangxh2012@nuaa.edu.cn。

王莉 (1969), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事固态功率控制器、健康管理与故障预测及高频变换器的研究工作, liwang@nuaa.edu.cn。

上接150页

滤波电感, 或设计成电流连续模式的任何电感, 磁通变化量很小, 问题不很严重。

对于工作在大磁通摆幅的磁元件, 一般采取以下办法:

①尽管应将线圈直接放在中心柱气隙上, 但不要把线圈放在气隙附近, 也不要用一个非磁的垫片放置在边缘磁通很强的空间代替线圈占有的空间, 因为会增加无源损耗。

②磁芯边缘磁通的扩散距离正比于气隙长度, 小气隙将大大减少扩散的边缘磁场, 因此可将线圈包围中柱的一个较长气隙分成多个小气隙, 并均匀分布在磁芯中柱上, 即将中柱分割成多段。有利于减小边缘磁通。

③用磁粉芯棒代替气隙, 插入到铁氧体的中柱, 可大大减少边缘磁通。气隙均匀分布在铁粉芯中, 铁粉芯棒的长度等于线圈宽度, 虽然能很好地消除边缘磁场, 但高频时磁粉芯交流损耗较大。

参考文献

- [1] 周洁敏, 赵修科, 陶思钰. 开关电源磁性元件理论及设计 [M]. 北京航空航天大学出版社, 2014