

利用傅立叶级数对IPM电动机结构的优化

邓隐北, 崔霞, 袁世超 编译

河南科诚节能环保检测技术有限公司

摘要: 本文对旋转电机提出了拓扑优化的方法, 在此方法中, 利用了傅立叶级数以再现转子的形状。为实现平均转矩的最大化和径向转矩波动的最小化, 利用现有的方法对内置永磁式电机 (IPM) 的转子形式进行优化。这一方法显示, 所提供优化的转子, 其性能与由基于NGnet方法获得的转子性能可以匹敌。通过两种方法完成的拓扑优化, 能对电动机的设计提供有用的信息。

关键词: 拓扑优化, 有限方法, 内置磁钢式电动机, Fourier (傅立叶) 级数

1 前言

由于电机的形状对效率有很大影响, 故形状的设计是一项非常重要的设计内容。但是, 从设计到电机的实验过程中, 为了确定最佳的形状, 不知需要多少反复的操作, 是件很费功夫又要花成本的事。近年来, 已广泛应用电磁场分析对电机形状进行优化。尤其最近, 作为概念设计的有效途径, 拓扑 (结构) 形状的最佳化正备受人们关注。

所谓拓扑形状的最佳化, 不是引入尺寸和角度之类的设计参数, 而是使形状自由的变化, 对整体结构、形状进行优化的方法。作为该方法之一, 我们采用了标准化高斯基础函数网络 (Normalized Gaussian Network) 的 on/off 法 (简称 NGnet-on/off 法)。此法的优点是, 不易产生在通常 on/off 法中容易出现的不可能制造的形状及棋盘式形状。不过, 在应用 NGnet-on/off 法时, 必须合适的确定标准的偏差值, 以及高斯基础的配置。而且, 更主要是无法保障高斯基础的最佳化。通过采用其他基础函数的拓扑优化结果的比较研究, 最后可得到设计上有效的参考借鉴。

因此, 本文提出的方案是: 为旋转电机的拓扑优化采用了 Fourier 级数的 on/off 法。也有采用基础函数的中间值, 来决定电容率的数值。另一方面, 本研究中为考虑旋转电机铁芯的隔磁层 (flux barrier) 优化, 利用 Fourier 级数来决定有无铁芯材料的 2 值 (on/off)。还要考虑到具有磁非线性的铁芯材料, 及存在可动部分的旋转电机的优化方法, 研究的对象是完全不同的。

本文所述方法中, 利用 2 方向 (3 元优化问题中为 3 方向) 的三角函数叠加来表现形状, 与使用局部分布的基础函数的 NGnet-on/off 法不同, 因本法是以大范围的函

数作为基础, 可望得到与后者 (NG 法) 不同特性的解。通过这些的合并使用, 旨在获得丰富的设计情报。

本文将上述两种方法应用于内置式永磁电动机 (IPM) 中, 以平均转矩的最大化和径向力变动的最小化为目的进行优化。此外, 将 2 种方法进行了比较, 对有关新方法的有效性和实用性也进行了验证。

2 优化方法

2.1 拓扑形状的优化

作为典型的拓扑形状优化方法有 on/off 法。on/off 法是将每一有限元素的材料种类作为优化变数的方法 (元素的状态 on 为铁, off 为空气等)。此法中一方面可以表现多样的形状, 另一方面容易产生棋盘式等复杂的形状。为了解决这一问题, 本文中提出的是, 将有限元素的 on/off 状态, 由傅立叶级数表现的函数值来决定的方法。有关采用的基础函数如下所述。

2.2 NGnet-on/off 法

首先, 对有关 NGnet-on/off 法予以介绍。本方法中, 将设计领域内的多个高斯 (Gaussian) 基础函数紧密配置, 并使这一高斯基础标准化, 进行加权、叠加, 由此, 求得输出函数如下:

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^N w_i b_i(x) \quad (1)$$

$$b(x) = G_i(x) / \sum_{k=1}^N G_k(x) \quad (2)$$

式中, G_i 、 w_i 、 x 、 N 分别为高斯基础函数、高斯基础的组合重量、元素的重心矢量、高斯基础的数目、按照输出函数中 (x) 的值决定元素的物理性质 V , 如式 (3) 所示。

$$V_e \leftarrow \begin{cases} iron(铁) \varphi(x) \geq 0 \\ air(空气) \varphi(x) < 0 \end{cases} \quad (3)$$

将式 (1) 中的 w_i 作为实数值遗传算法 (RGA) (real genetic algorithm) 的遗传因子, 使得输出函数的形式发生变化。原来的 on/off 法中, 决定物性时使用了给出正值或负值的阶跃函数。另一方面, NGnet 则是由横跨多个元素的平滑函数决定形状。从而, 不取决于元素的形状, 可望得到平滑的最佳形状。此外, 遗传因子的数目仅为高斯基础的个数, 故比决定有限元素每个物性值的 on/off 法, 能以较少的个体数实现优化。

2.3 Fourier 级数 on/off 法

采用 NGnet-on/off 法可缓解产生棋盘式形状的问题。但是, 不一定能保证高斯基础经常是最佳的。而且, 如采用不同于高斯基础的基础函数, 还可获得更多样式的最佳形状。无论采用其他哪种基础函数, 如果能得到与 NGnet-on/off 法同样最佳形状的话, 则优化结果的可靠性提高了。因此, 我们将由 Fourier 级数与 on/off 法组合, 以此表现形状的 Fourier 级数-on/off 法, 应用于解决优化问题。在设计范围内选取了两个坐标轴, 分别设定 Fourier 级数。然后定义如下的输出函数

$$\varphi(x) = w_{00} + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N w_{mn} \sin(m\pi \frac{x_M}{T_M}) \sin(n\pi \frac{x_N}{T_N}) + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N w'_{mn} \cos(m\pi \frac{x_M}{T_M}) \cos(n\pi \frac{x_N}{T_N}) \quad (4)$$

式中, M 、 N 、 T_M 、 T_N 分别为 Fourier 级数的次数及周期。调整输出函数的偏移 (bias)。式 (4) 的重量系数 w_{mn} 如果决定, 则设计领域内各点的函数值 $\varphi(x)$ 也决定。基于式 (3) 由此决定的 $\varphi(x)$, 可决定各元素的 on/off 状态。

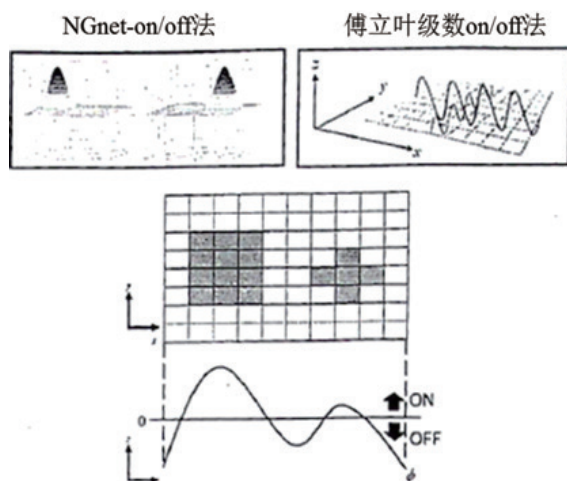


图 1 基础函数

在 Fourier 级数-on/off 法中, 将各个项的系数 w_{mn} 作为 RGA 的遗传因子。基础函数所采用的三角函数形成完备系统, 且有限 Fourier 级数有最小二乘法的意义, 能给出最好的解。图 1 所示为各个基础函数的梗概。

3 优化的对象

3.1 优化方法在 IPM 电动机上的应用

上一节所述的这一优化方法, 适用于内置式永磁电动机的优化。图 2 (a) 所示为优化的对象, 图 2 (b) 为使用有限元分析的网格 (mesh)。本研究在近年来多应用于在转子表面附近嵌入永磁钢的 IPM 电动机, 故采用将电气学会 D 模型的永磁钢从转子的表面侧向内仅移动 7.5mm 的模型。为对全部隔磁层的形状进行优化, 将无隔磁层的模型作为基础模型。表 1 所列各项设定值。将永磁钢外侧的转子表面附近区域作为设计区域, 而且, 为应用于旋转电机, 利用傅立叶级数分别表示半径方向和转角方向的物质分布。并将式 (4) 改写为以下形式:

$$\varphi(x, \theta) = w_{00} + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N w_{mn} \sin(m\pi \frac{r-r_2}{r_1-r_2}) \sin(4n\theta) + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N w'_{mn} \cos(m\pi \frac{r-r_2}{r_1-r_2}) \cos(4n\theta) \quad (5)$$

式中, r_1 、 r_2 分别为设计区域的外半径与内半径, 且圆周方向的基波具有 900 的周期。

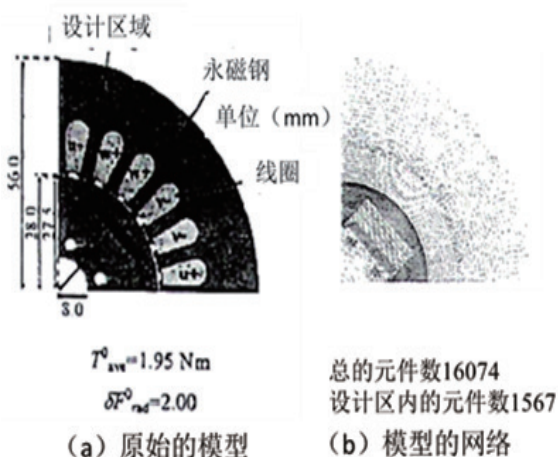


图 2 优化对象

表 1: 电机常数的设定

电流 (A)	4.2425
电流相位角 (°)	30
线圈匝数	140
磁极对数	2

本研究中,按照设计区域的外半径和内半径之差T与圆周1/8长度之比,和级数次序的比是一致的原则,分别决定Fourier级数的次序。在图2的形状中,由于T=4.28mm,转子圆周1/8的长度为21.6,故按M与N之比为1:5设定了级数的次序。由41与91个遗传因子数解决了优化问题。此外,为比较遗传因子数也为41、91的NGnet-on/off法,在优化之际为缩短时间,采用转角5°的刻度进行分析。考虑到各个年代决定的最佳解 虽经很多年代均无变化,故以后有关优化中转角刻度幅值的条件采用 $\Delta\theta=5^\circ$ 。

此外,本优化问题中使用了2.4GHz的中央处理单元(CPU)、64GB的存储器、磁芯数16的计算机。进行个体的并行计算方面所花的时间大约为2.5日。

3.2 有关径向力的问题

对本研究中有关所用径向力的定义予以说明。所谓的径向力,是从定子侧、沿半径方向向转子中心产生的电磁力。该力将扭歪定子的形状,也是振动和噪音的原因。因此,力求径向力的变化小,可望抑制定子形状的改变。

本研究中考虑定子U相产生的径向力。为此,由二元的有限元法求得矢量位(vector potential),再按矢量位求得节点力。通过节点力的方法求得节点力f,分解为转角方向的分量 f_θ 与半径方向的分量 f_r 又分别将其分解成转矩分量和径向力分量。然后,又对径向力变化 δF_{rad} 作了定义。

$$\delta F_{rad} = (F_{rad}^{max} - F_{rad}^{min}) / F_{ave} \quad (6)$$

这里的式(6)为径向力的最大值与最小值之差除以平均径向力。考虑到该值,就能了解形成振动与噪音原因的径向力脉动。径向力具有90°的周期,为缩短优化时间,优化中仅对300的转角进行评价。以后,在优化中的转角范围则表示为 $15^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ 。角度刻度、角度

范围的设定,有关对最佳解给与的影响将在4.5节叙述。此外,以下所示的平均转矩、径向力优化后, $\Delta\theta=1^\circ$, $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$ 是分析修正过的结果。

3.3 优化的目的

本研究中解决了两个优化问题:一个是旨在径向力变动最小化的优化;另一个则旨在平均转矩最大化的优化。在平均转矩最大化问题中,定义了以下的目标函数 f_1 :

$$f_1 = \frac{T_{ave}}{T_{ave}^0} \rightarrow \max. \quad \text{Sub.to.} \quad \delta F_{rad} < \delta F_{rad}^0 \quad (7)$$

式(7)中的常数采用图2(a)原始模型的值, $T_{ave}^0=1.95\text{Nm}$, $\delta F_{rad}^0=2.00$ 。而在径向力变动最小化的问题中,定义的目标函数 f_2 如下:

$$f_2 = \frac{\delta F_{ave}}{\delta F_{ave}^0} \rightarrow \min. \quad \text{从属于} \quad T_{ave} > T_{ave}^0 \quad (8)$$

式(8)中的常数采用图2(a)原始模型的值, $T_{ave}^0=1.95\text{Nm}$, $\delta F_{rad}^0=2.00$ 。

此外,两个问题中得到的形状不产生浮动的磁体区域,设计区域的框架部分由磁体固定,框架部分与设计区域内的磁体区域连接作为约束条件而施加之。这一约束条件如式(9)所示。

$$N_{area} < 2 \quad (9)$$

式中 $N_{area} < 2$,为转子侧磁体区的数目。在考虑这些约束条件之际,采用了penalty(罚函数)制约法。

3 优化的结果

4.1 优化结果

上一节中解决的优化问题结果示于图3、图4。图中的 $\Delta\theta=5^\circ$, $15^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$,表示优化中的计算条件(以

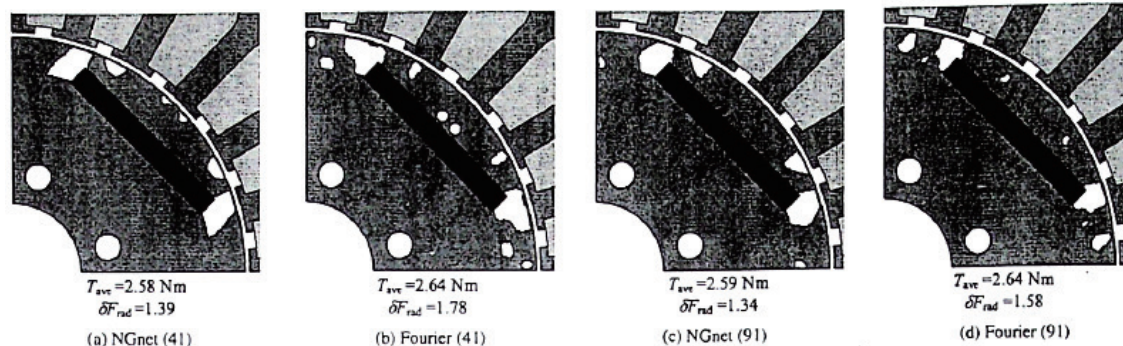


图3 平均转矩最大化时的优化形状;()内的数字表示遗传因子数(以下相同)($\Delta\theta=5^\circ$, $15^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$)

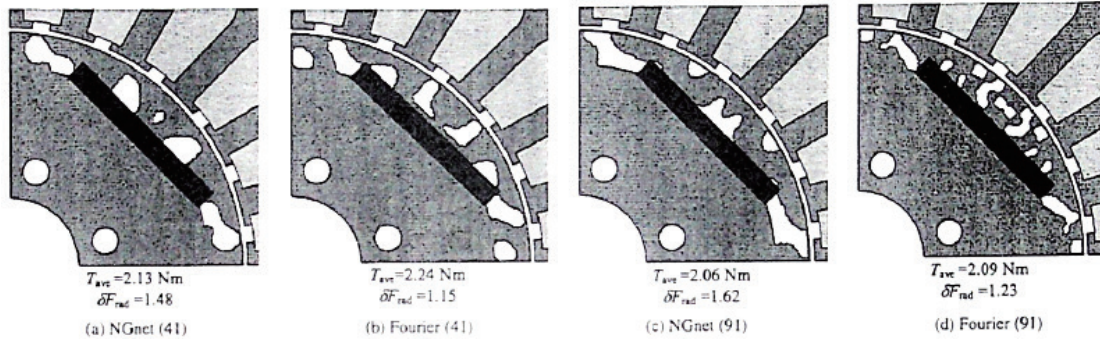


图4 径向力最小化时的优化形状 ($\Delta \theta=5^\circ$, $15^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$)

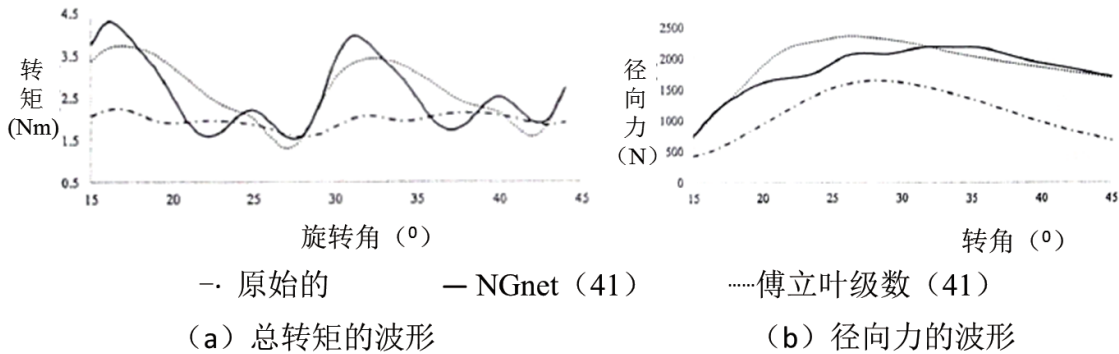


图5 遗传因子数 41 时的平均转矩最大化结果 ($\Delta \theta=5^\circ$, $15^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$)

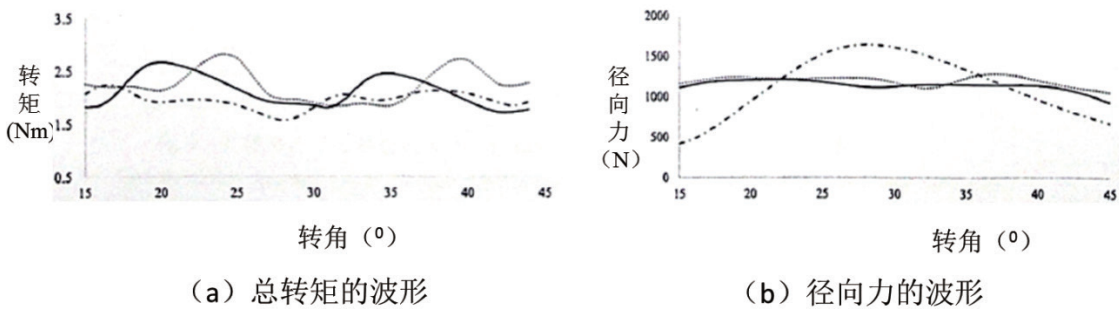


图6 遗传因子数 41 时的径向力最小化结果 ($\Delta \theta=5^\circ$, $15^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$)

下相同)。图 3 为以平均转矩最大化、图 4 为以径向力最小化为目的的优化中网格的形状。

在全部的优化形状中，从永磁钢端部到转子的表面，产生了空气区（隔磁层）。平均转矩最大化中，磁钢端部出现了接近圆形的隔磁层；径向力变动最小化中，q 轴方向产生了细长的隔磁层。而且，在永磁钢磁化方向的磁体

区产生多个小的隔磁层。

图 3 (a) 和 (b)、(c) 和 (d)，图 4 (a) 和 (b)，均分别为比较相似的优化形状。图 4 (d) 中的形状却与图 (c) 的不同，出现了较多小的隔磁层。平均转矩与径向力均比原始模型的，显示出良好的数值。图 5、图 6 给出了每个转角的转矩值和径向力值。图中，傅里叶级数

Fourier (41) 等括号内的数字表示遗传因子数 (重量系数的个数)。平均转矩最大化问题中, 在转角 15° 、 30° 附近, 无论哪种场合下, 转矩值均比原始模型的增加。伴随着转矩的增加, 径向力也增加, 比原始模型因旋角的变化也小 (评价值为 $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$)。在径向力变动最小化的问题中, 转矩的波形与原始模型的没有显著的不同, 有关径向力方面, 所有场合下比原始模型的波形较平滑化这点已能确认。

下节以后, 对关于这些最佳形状与特性的关系性进行研究。

4.2 隔磁层的效果

为考查形状与特性的关系, 将由优化产生的隔磁层改变为由磁体填孔, 然后看看特性的变化, 本文中对比图 3 (b) 与图 4 (b) 的隔磁层进行了考查。分别进行填孔的结果示于图 7、图 8。(a) ~ (c) 表示磁通密度分布和磁通线, (d)、(e) 表示转矩波形和径向力波形。

图 7 (b) 是将磁钢端部的隔磁层用磁性体填入后的情况, 该场合下, 磁钢端部的磁通回流, 交链于定子侧的磁通量减少, 由此, 平均转矩也在减小。因而, 永磁钢侧面的隔磁层是有利于平均转矩的增加的。另一方面, 在图 7 (c) 填入的隔磁层 (仅永磁钢内侧), 特性未显示有大的变化。图 8 (b)、(c) 中, 磁钢上的转子表面附近的隔磁

层, 用磁性体填入后, 比原始模型径向力的振幅都会增加。隔磁层用磁性体填入时, 交链于 U 相的磁通增加也可确认。而且, 在插入隔磁层的磁性体区域, 磁通密度提高, 铁芯 (50A470) 进入饱和区, 由此, 永磁钢磁化方向的空气区, 使在磁性体区域的磁通密度达到饱和, 故可抑制磁通的变化, 因而抑制着径向力的变化。

此外, 利用径向力最小化中的傅里叶级数 (91), 对比其它, 得到了细小的形状。为对细小隔磁层的效果进行考查, 如图 9 (a)、(b) 即样, 将其进行连接、分析。其结果, (a) 场合下 $T_{ave}=1.96\text{Nm}$, $\delta F_{rad}=1.33$; (b) 场合下 $T_{ave}=1.92\text{Nm}$, $\delta F_{rad}=1.96$, 无论哪种场合, 比较特性值优化的形状都已劣化。从而, 得到小的隔磁层结构, 有利于特性的改善。

4.3 NGnet 与 Fourier 级数的比较

本节中对 NGnet-on/off 法和 Fourier 级数 -on/off 法两种采用的优化手段进行了对比。

NGnet-on/off 法场合下, 由于遗传因子数的变化, 未见到最佳形状有明显的差别。Fourier 级数 (41) 的场合, 能得到与具有相同程度复杂性的 NGnet-on/off 法的形状。Fourier 级数 (91), 则多数能得到比 NGnet (91) 更小的隔磁层。随着遗传因子数的增加, 这两个方法都由于空间分解度提高, 细小的结构容易发现。这次的优化中,

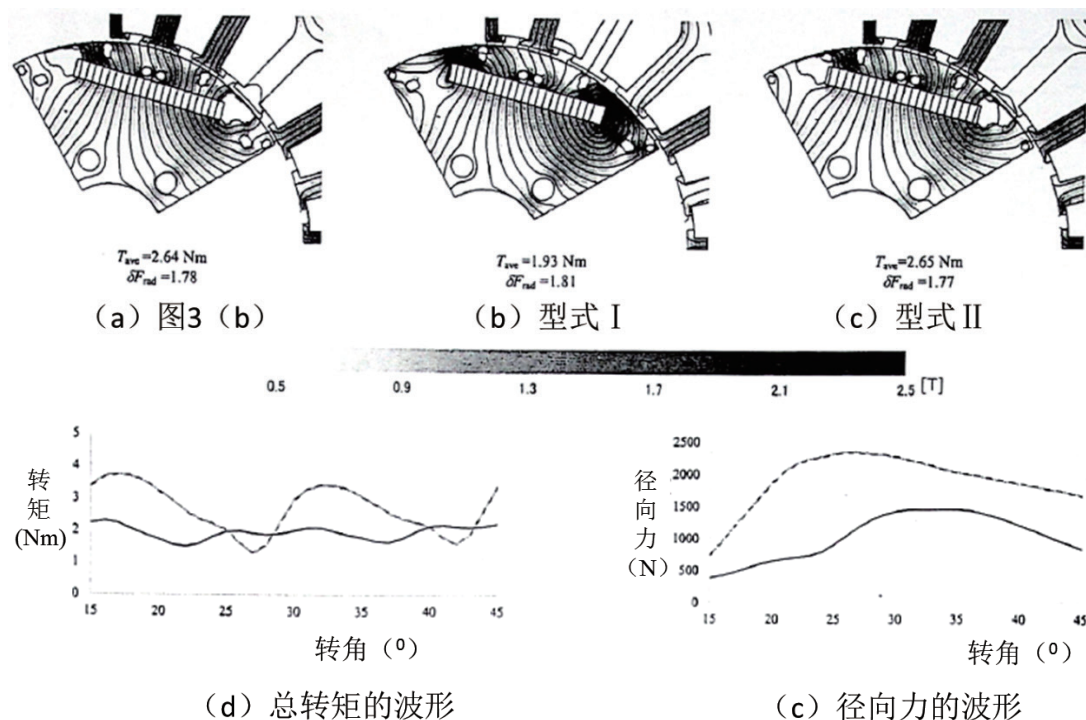


图 7 由于填孔 (消除隔磁层) 的特性变化 (利用傅立叶级数 (41) 的平均转矩最大化)

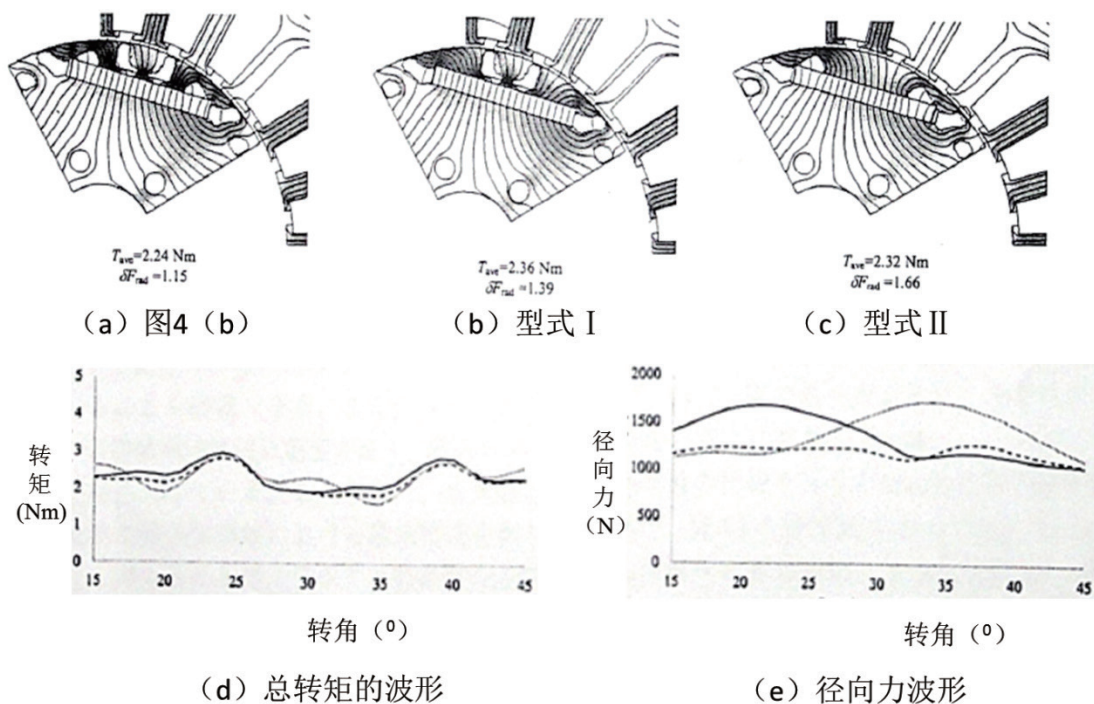


图 8 由于填孔的特性变化 (利用傅立叶级数 (41) 使径向力最小化)

特别是 Fourier 级数(91)能得到这样的结构。另外,如 4.2 节中所述,细小的隔磁层,有利于特性的提高。

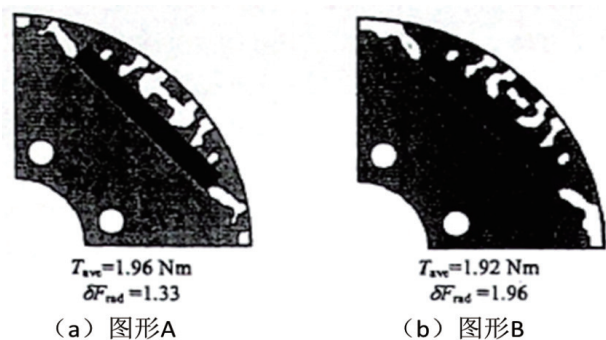


图 9 由于填孔的特性变化, (利用傅立叶级数 (91), 使径向力最小化)

为进行收敛性的比较, 每个时代的评价值变化如图 10 所示。(图 10 的评价值是在 $\Delta\theta=5^\circ$, $15^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$; 图 3~图 9 的评价值, 优化后是在 $\Delta\theta=1^\circ$, $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$ 的条件下计算的值)。(a)、(b) 分别为平均转矩最大化、径向力最小化中的评价值变化。在径向力最小化的 NGnet (41) 中, 因初期个体中评价值存在极其良好的个体, 从年代初期起最佳解没有变

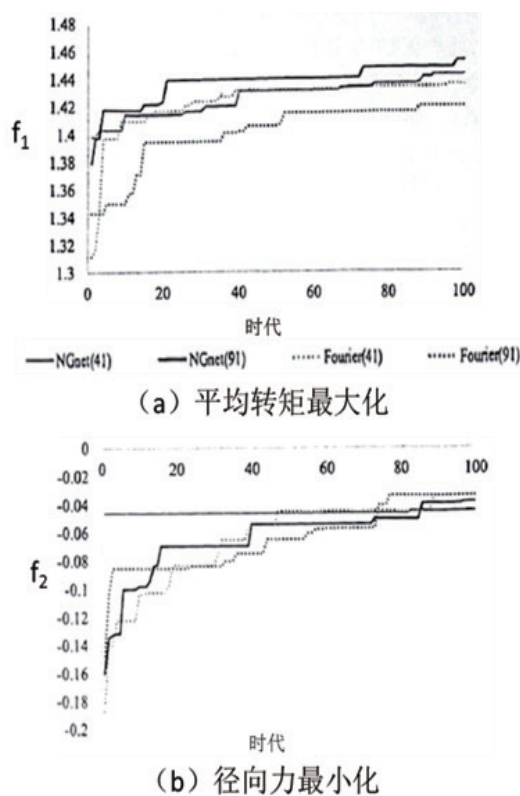


图 10 收敛性的比较

动。在平均转矩的最大化采用 Fourier 级数的场合，初期年代的评价值比 NGnet 法的低。但是，追随每一时代利用 NGnet 的场合下均有收敛于毫不逊色的评价值。而且无论哪种方法，即使遗传因子数从 41 到 91 的增加，最终的评价值也无大的变化。

4.4 按照转角关于分析精度的考查

图 3 ~ 图 9 中所示的特性均为 $\Delta\theta=1^\circ$ 时的分析值。然而，优化过程中是在 $\Delta\theta=5^\circ$ 的条件下进行分析的。表 2 列出 $\Delta\theta=1^\circ$ 和 $\Delta\theta=5^\circ$ 的分析结果。为在 $\Delta\theta=5^\circ$ 下进行优化， $\Delta\theta=5^\circ$ 方面，显示出比 $\Delta\theta=1^\circ$ 更好的特性值。图 5 的波形，在 $15^\circ \sim 30^\circ$ 附近存在转矩的极大值。因这是在 $\Delta\theta=5^\circ$ 时进行优化的，是在取样点选择了具有大转矩的解。并如上所述，当评价径向力之际，本来需要按 $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$ 的条件下进行分析的，但为了缩短优化的时间，而在 $15^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ 的条件下进行了优化。其结果，如图 11 所示，分析对象是从转角 15° 到 45° ，径向力波形实现了平稳化， 45° 以后因未反映出评价值，可看到波形的散乱。根据这一理由，产生了径向力最小化问题中的径向力，超过平均转矩最大化中的径向力等的矛盾。因此，为要进行可靠性更高的优化，在较细的转角下，进行了必需转角区间的分析。我们认为，有反映评价值的必要。

表 2：角度间隔幅度与精度的关系

特性	平均转矩			径向力变化			
	转角	1°	5°	误差 (%)	1°	5°	误差 (%)
Fig.3(a)		2.58	2.81	-8.23	1.39	1.37	1.61
Fig.3(b)		2.64	2.80	-5.41	1.78	1.74	2.08
Fig.3(c)		2.59	2.83	-8.56	1.34	1.32	1.44
Fig.3(d)		2.64	2.77	-4.69	1.58	1.57	0.78
Fig.4(a)		2.13	2.15	-1.06	1.48	1.45	1.86
Fig.4(b)		2.24	2.27	-1.09	1.16	1.04	1.47
Fig.4(c)		2.06	2.08	-0.95	1.62	1.60	0.81
Fig.4(d)		2.09	2.14	-2.45	1.23	1.20	2.10

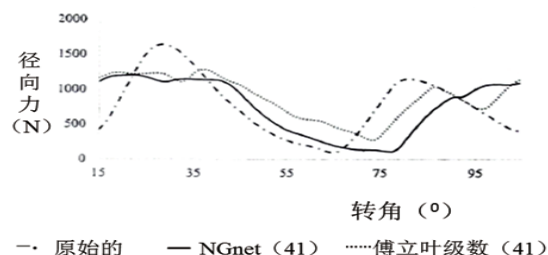


图 11 径向力波形

4.5 分析中转角刻度幅值与范围的研讨

为考查 4.4 节所述的问题，在 $\Delta\theta=1^\circ$ ， $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$ 的条件下进行了优化。基础函数采用 Fourier 级数 (41)，式 (7) 与式 (8) 作为目标函数，进行了旨在平均转矩最大化和径向力最小化的优化。得到其结果的形状如图 12、图 13 所示。图 (a) 中的设计区内白色显示区， $\Delta\theta=1^\circ$ ， $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$ ；黑线包围区， $\Delta\theta=5^\circ$ ， $15^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ 条件下优化时出现的隔磁层。而图 (b)、(c) 所示，分别为转矩波形和径向力波形。无论哪种优化问题中， $\Delta\theta=1^\circ$ ， $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$ 的场合下均具有好的特性值。平均转矩最大化时， $\Delta\theta=5^\circ$ ， $15^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ 的波形中在 25° 、 40° 附近的转矩大范围降低，而 $\Delta\theta=1^\circ$ ， $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$ 的优化得以改善。隔磁层形状的变化小。径向力变动最小化时，隔磁层形状、转矩波形、径向力波形在两种分析条件下存在很大的差异。如在 $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$ 条件下进行优化，径向力在全范围内能实现平稳化。这样一来，进行优化的时间充分的话，经过特性值的周期，可望用十分细小的角刻度幅值进行优化。

5 结束语

本文，在 IPM 电动机的拓扑结构优化中，应用了新

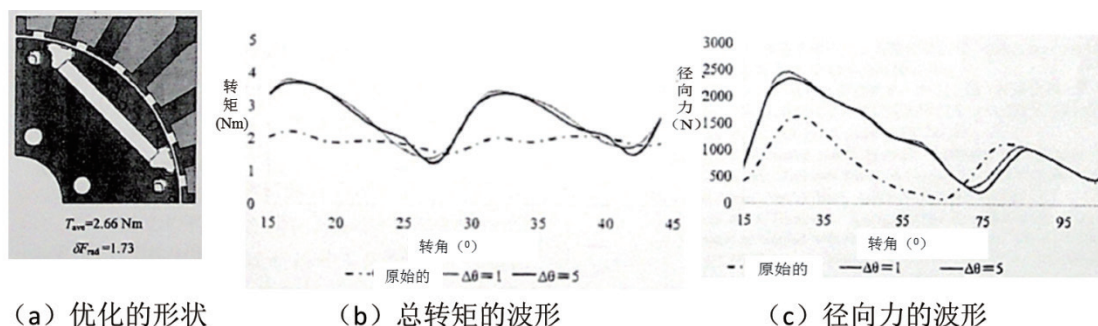


图 12 平均转矩最大化的结果 ($\Delta\theta=1^\circ$ ， $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$)

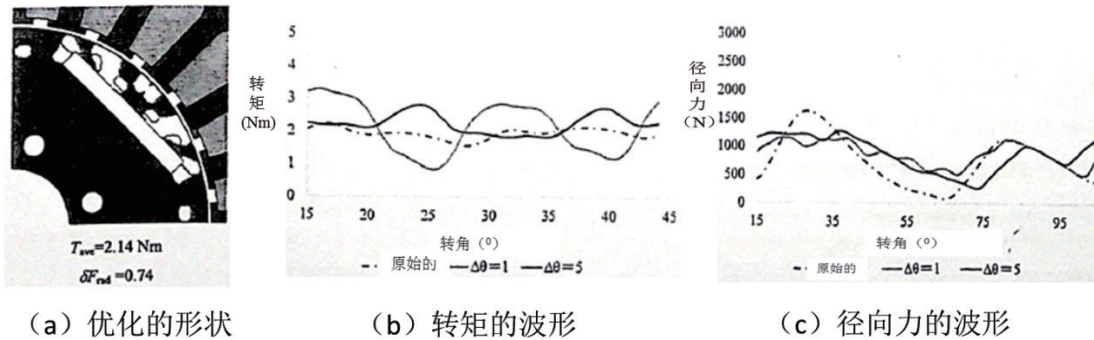


图 13 径向力最小化的结果 ($\Delta \theta = 1^\circ$, $15 \leq \theta \leq 105^\circ$)

的 Fourier 级数 -on/off 法。对于平均转矩最大化问题与径向力变动最小化问题，均适用 Fourier 级数 -on/off 法与 NGnet-on/off 法。其结果，两者均能得到比原始模型更好的 IPM 电动机特性。利用提出方法与 NGnet-on/off 法的优化结果，平均转矩最大化中，在磁钢两端部能有接近圆形的隔磁层；径向力最小化问题中，在 q 轴方向能有细长的隔磁层。而且磁钢与转子表面之间，也形成了隔磁层。因此两者的解 具有相同的倾向。

具有相同的表现能力，采用不同的基础函数进行拓扑优化，由此获得了有效的结果。能用不同基础函数得到相同形状时，强烈的体现出最佳解的唯一性，排除其它的可能性，能够限定形状。另一方面，在得到不同形状时，设计者能从制造的容易性等其他观点，选择最终的解。本研究中得到的结果是：转矩最大化相当于前者；径向力最小化则相当于后者。为获得更高的可靠性，今后预定将采用正

弦函数和高斯函数以外的辐向矢径基础函数、wavelet 函数那样的密集性支持 (compact support) 函数等作为基础函数，对此进行了研讨。

为进行高可靠性的优化，如将分析时的转角细化，有必要对特性的周期部分进行分析。但是，在优化时间不充分的场合，在这样条件下的优化是困难的。今后，为在短的计算时间内进行高精度的优化，将考虑引入例如模型缩约法和空间映射 (space mapping) 法那样的方法。

原文出处：佐々木秀徳，五十嵐一，フーリエ級数を用いた IPM モータのトポロジー最適化 《The Institute of Electrical Engineers of Japan》2017 Vol.137 No.3 pp.245-253